

ТРУДЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
Итоги Электронного Геофизического Года
 3–6 июня 2009 • Переславль-Залесский, Россия

О математической формализации подобия записей электрического и сейсмического сигналов

М. Д. Коваленко,¹ А. Д. Гвишиани,² Ш. Р. Богоутдинов,² П. Бернар,³ и Ж. Злотники⁴

Получено 22 октября 2009; принято 28 октября 2009; опубликовано 30 ноября 2009.

Рассматриваются сейсмические и электрические записи, сделанные в одной точке и представляющие собой наборы дискретных сигналов. Часто сейсмические записи похожи на электрические, особенно в интервалах продольных волн для слабых землетрясений. Задача состояла в нахождении передаточной функции между этими двумя записями в указанном интервале. В работе используется интерполяция Лагранжа, позволяющая по имеющейся дискретной записи восстановить реальный сигнал с любой степенью дискретизации. Основываясь на методах теории передачи информации, в работе построена формальная аналитическая зависимость, выражающая электрическую запись через сейсмическую. Исходная формула (передаточная функция) представляет собой сумму целых функций экспоненциального типа и довольно сложна. Однако ее анализ показывает, что из нее можно выделить главную часть, которая записывается весьма просто: $E(x) = E_0 S(x)S(x)$. Здесь $E(t)$, $S(t)$ – ряды Лагранжа для электрического и сейсмического сигналов, t – текущая координата (время записи). Параметры a и k обеспечивают минимальное уклонение реальной и восстановленной записей в метрике L_2 . Они выбирались как средние на основе нескольких “достаточно хороших” записей электрического и сейсмического сигналов. Достоинством такого подхода является то, что для анализа сигналов удастся привлечь аппарат теории целых функций экспоненциального типа. Заметим, что если a мало, то формулу $E(x) = S(x...a)k$ можно преобразовать к виду не имеющего смещения аргумента $E^*(x) = kS(x - a)$. **КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** сейсмический и электрический сигналы, аналитические зависимости, интерполяция Лагранжа.

Ссылка: Коваленко, М. Д., А. Д. Гвишиани, Ш. Р. Богоутдинов, П. Бернар, и Ж. Злотники (2009), О математической формализации подобия записей электрического и сейсмического сигналов, *Росс. ж. наук о Земле*, 11, RE2003, doi:10.2205/2009ES000338.

Один из возможных способов анализа записей сейсмических и электрических сигналов заключается в использовании классических процедур теории интерполяции [Ахизер, 1965; Левин, 1956; Kirillov and Gvishiani, 1982], а также хорошо развитых методов теории передачи информации [Яковлев и Хургин, 1975; Gvishiani and Dubois, 2002].

Имевшиеся в распоряжении авторов сейсмические и электрические записи представляли собой таблицы чисел – сигналов, измеренных соответствующими приборами в дискретные моменты времени. Приборы были установлены стационарно с координатами 38.37283 градуса СШ и 22.0681883 градуса ВД на сейсмической станции, расположенной в Коринфском заливе на о. Тризония (Греция). Значения использованных в анализе параметров сейсмических событий приведены в Табл. 1.

Для каждой записи сейсмического сигнала (P волны) имелось по две записи электрического сигнала (изменение электрического сопротивления среды): одна в направлениях N–S, другая – в направлении E–W. На Рис. 1, Рис. 2, Рис. 3 и Рис. 4 показаны последовательно все четыре записи: S_1 , S_2 , S_3 , S_4 – записи сейсмического сиг-

¹Институт физики Земли РАН, Москва, Россия

²Геофизический центр РАН, Москва, Россия

³Институт физики Земли, Париж, Франция

⁴Лаборатория вулканологии Университета Клермон-Феррана, Клермон-Ферран, Франция

Табл. 1. Параметры сейсмических событий

# события	Дата	Время	Широта	Долгота	Магнитуда
1	28.03.2006	15:54:42:60	38.3327	21.9547	2.48
2	28.03.2006	07:32:42:17	38.3923	21.9896	2.17
3	04.04.2006	04:55:20:81	38.3488	21.9285	2.53
4	04.04.2006	11:10:09:18	38.3751	21.9617	2.13

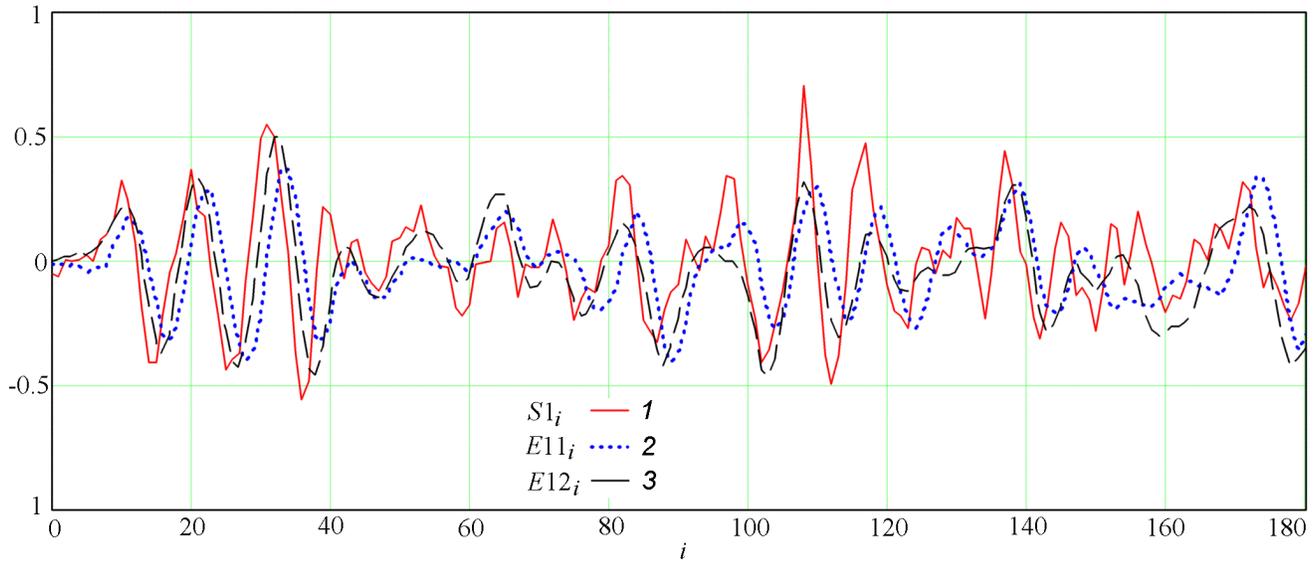


Рис. 1. Запись # 1. Сейсмический (1), электрический N-S (2), электрический E-W (3) сигналы.

нала, $E11$, $E12$ – первая запись электрического сигнала в направлении N-S и в направлениях W-E соответственно, $E21$, $E22$ – вторая запись электрического сигнала в направлении N-S и в направлениях W-E соответственно и т.д.

В силу очевидного подобия между записями сейсмической P волны, с одной стороны, и записями электрических сигналов, с другой, возникла идея проанализировать имеющиеся записи и попытаться математически описать связь между сейсмическими и электрически-

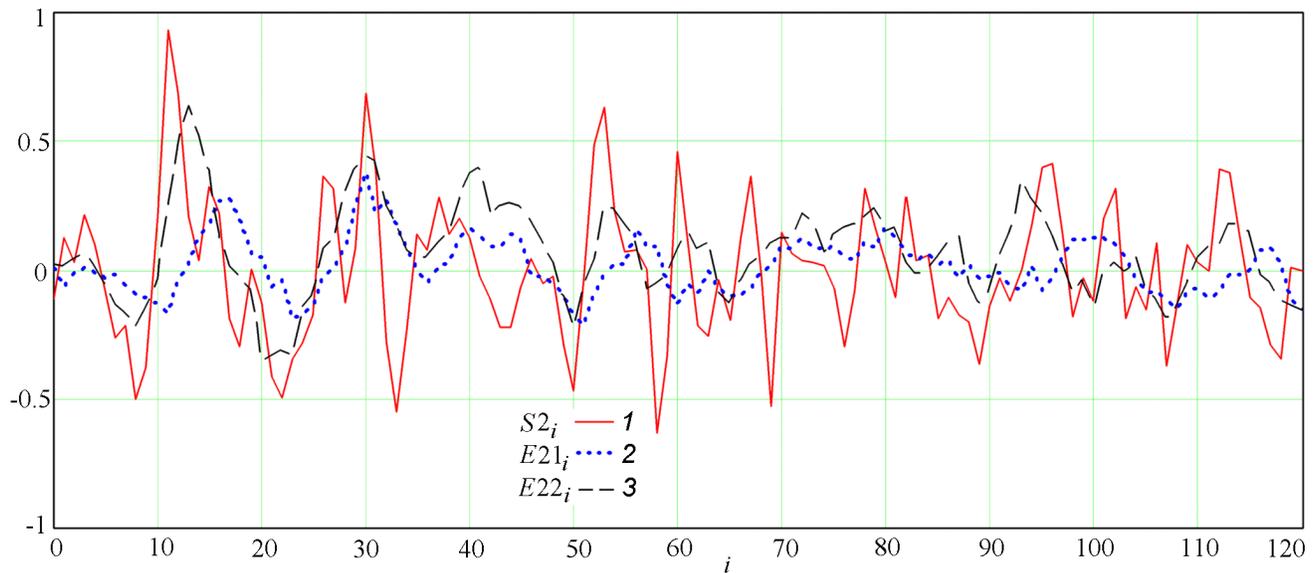


Рис. 2. Запись # 2. Сейсмический (1), электрический N-S (2), электрический E-W (3) сигналы.

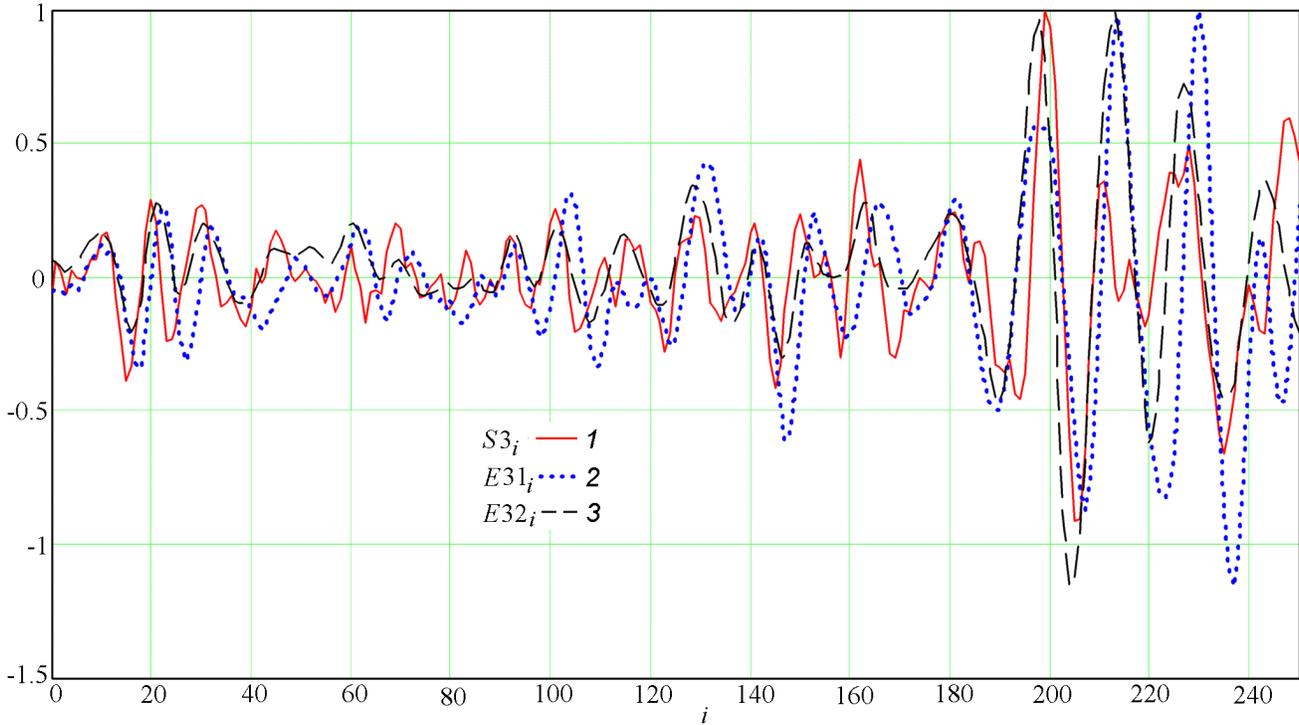


Рис. 3. Запись # 3. Сейсмический (1), электрический N-S (2), электрический E-W (3) сигналы.

ми записями. Причем формула, связывающая сигналы, должна быть, по возможности, как можно более простой и физически оправданной. Кроме того, она должна быть общей для всех четырех записей. При наличии такой формулы можно было бы, в случае необходимости (сбой записи, помехи и т.д.), восстановить, например, электрический сигнал по имеющемуся сейсмическому сигналу.

Для того, чтобы от дискретного набора табличных данных перейти к их аналитическому представлению, была использована интерполяционная процедура Лагранжа [Ахиезер, 1965; Левин, 1956].

Заметим, что эта процедура в некоторой степени дополняет недостающие данные, фактически позволяя по имеющейся дискретной записи восстановить непрерывный реальный сигнал с любой степенью точности. Следует иметь в виду, что при этом будут восстановлены также и все присущие сигналу помехи. Поэтому, прежде чем приступать к анализу сигналов, желательно очистить их от помех. Ниже $S(x)$ – непрерывный сейсмический сигнал, а $E(x)$ – непрерывный электрический сигнал. Согласно [Яковлев и Хургин, 1975] можно записать

$$\begin{aligned}
 S(x) &= \sum_{i=0}^{\infty} S_i \frac{\sin(N(x - \frac{i\pi}{N}))}{N(x - \frac{i\pi}{N})} \\
 E(x) &= \sum_{i=0}^{\infty} E_i \frac{\sin(N(x - \frac{i\pi}{N}))}{N(x - \frac{i\pi}{N})}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь S_i, E_i – табличные значения измеренных сейсми-

ческих и электрических сигналов, $x \in [0, \pi]$ – текущая координата (время записи). Число отсчетов, которые берутся внутри интервала $[0, \pi]$, равно $N + 1$. Если положить, что вне этого интервала все S_i, E_i равны нулю, то ряды (1) можно заменить конечными суммами с пределами суммирования от $i = 0$ до $i = N$ (считалось, что измерения электрического и сейсмического сигналов производились одновременно, с постоянным шагом).

Следуя [Яковлев и Хургин, 1975], можно построить формальную аналитическую зависимость, выражающую электрический сигнал через сейсмический. Соответствующая формула (передаточная функция [Яковлев и Хургин, 1975]) может быть представлена следующим образом

$$E_{-S}(x) = \sum_{i=0}^N \frac{E_i}{S_i} \frac{\sin(N(x - \frac{i\pi}{N}))}{N(x - \frac{i\pi}{N})}
 \tag{2}$$

В теории интерполяции Лагранжа доказывается [Левин, 1956; Яковлев и Хургин, 1975], что функция $E(x)$ может быть восстановлена по функции $S(x)$ с помощью передаточной функции (2) с любой степенью точности следующим образом

$$E(x) = E_{-S}(x)S(x)
 \tag{3}$$

Недостатком формулы (3) является то, что она весьма сложна и, как следствие, не физична. Попарный анализ записей сейсмического и электрических сигналов показывает, что в них можно выделить несколько участков (от одного до четырех, в зависимости от номера записи

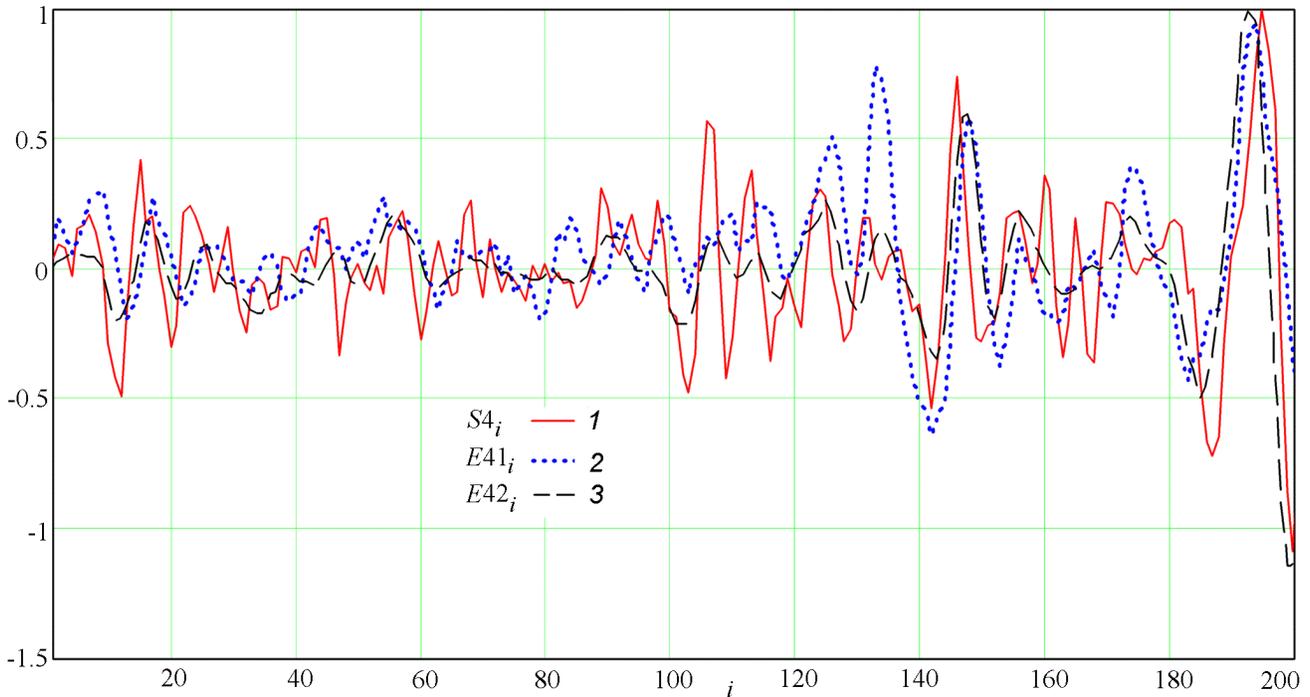


Рис. 4. Запись # 4. Сейсмический (1), электрический N-S (2), электрический E-W (3) сигналы.

и направления регистрации электрического сигнала), на которых электрические сигналы смещены относительно сейсмических на величину, близкую к постоянной. Например, сопоставляя S_1 и E_{11} для первой записи (Рис. 1), можно видеть, что на интервале (0, 40) электрический сигнал смещен относительно сейсмического вправо на некоторую величину, близкую к постоянной. На следующем участке (40, 110) величина смещения примерно равна нулю и т.д. Если теперь на каждом таком участке подобрать соответствующим образом коэффициент растяжения, то можно добиться вполне удовлетворительного совпадения записей сейсмического и электрического сигналов. Если затем сделать усреднение по всем четырем записям, то в результате можно получить следующее представление

$$E^*(x) = kS(x - a) \tag{4}$$

Тот факт, что при прохождении P волны электрическое сопротивление горой породы падает, хорошо известен [Соболев и Пономарев, 2003] и физически объясняется так. В момент прохождения волны растяжения микротрещины раскрываются и заполняются водой (флюидом), что приводит к падению электрического сопротивления пропорционально степени раскрытия микропор. Параметр смещения a в формуле (4) фактически представляет собой время, необходимое для заполнения микротрещины водой.

В дальнейшем каждая запись протяженностью в 200 точек делилась на 4 участка по 50 точек в каждом, и для

каждого такого участка определялись a и k , входящие в формулу (4). Параметр a определялся (графически) из условия максимума коэффициента корреляции между исходной электрической записью и ее приближенным представлением (4).

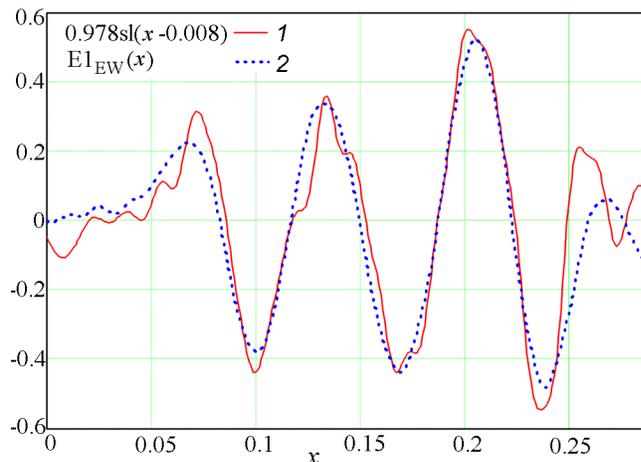


Рис. 5. Записанный электрический сигнал $E1_{EW}(x)$ (2) и электрический сигнал, восстановленный по сейсмическому (1). Запись #1, направление EW, точки 1-50.

Табл. 2. Сравнительная таблица коэффициентов сдвига a , коэффициентов растяжения k , коэффициентов корреляции χ – для записей электрического сигнала

# точек	# записи	Направление E–W			Направление N–S		
		a – сдвиг	k – растяжение	χ – корреляция	a – сдвиг	k – растяжение	χ – корреляция
1–50	1	0.008	0.978	0.932	0.015	0.782	0.936
	2	0.009	0.837	0.650	0.030	0.431	0.613
	3	0.006	0.886	0.884	0.014	1.000	0.868
	4	0.007	0.534	0.728	0.015	0.754	0.689
50–100	1	0.0016	0.939	0.786	0.010	0.755	0.768
	2	0.0017	0.642	0.427	0.023	0.386	0.331
	3	0.004	0.928	0.415	0.014	1.19	0.544
	4	0.0014	0.575	0.436	0.019	0.984	0.335
100–150	1	0.007	0.667	0.791	0.014	0.753	0.82
	2	0.004	0.564	0.526	0.045	0.441	0.59
	3	0.006	0.987	0.784	0.014	1.416	0.812
	4	0.007	0.650	0.632	0.014	1.154	0.556
150–200	1	–0.005	1.493	0.8	0.012	0.78	0.734
	2	–0.015	0.743	0.706	–0.022	0.551	0.731
	3	0.004	0.692	0.831	0.016	1.038	0.663
	4	–	–	–	–	–	–

$$\chi = \frac{\sum_{i=N1}^{N2} E(x_i)E^*(x_i)}{\sqrt{\sum_{i=N1}^{N2} E(x_i)^2 \sum_{i=N1}^{N2} (E^*(x_i))^2}} \quad (5)$$

где $N1$ и $N2$ – начальная и конечная точки записи.

Коэффициенты растяжения находились по формуле

$$k = \frac{\sum_{i=N1}^{N2} E(x_i)}{\sum_{i=N1}^{N2} S(x_i - a)} \quad (6)$$

Получить формулу (4) из (3) аналитическим путем вряд ли возможно, поскольку для этого потребовалось бы найти замкнутое выражение для ряда (3). Однако можно оценить ошибку, к которой приводит приближенная формула (4). Это можно сделать, например, оценив разницу площадей под кривой исходного электрического сигнала и кривой (4)

$$M = \frac{\int_{x1}^{x2} |E(x) - E^*(x)| dx}{\int_{x1}^{x2} |E(x)| dx} \cdot 100\% \quad (7)$$

где нижний и верхний пределы интегрирования соответствуют начальной и конечной точкам выбранных отрезков электрической записи. Например, для первых 50 точек сейсмического и электрического сигналов первой записи, направления E–W $M = 0.16\%$.

На Рис. 5 и Рис. 6 для иллюстрации приведены графики реальных записей электрического сигнала $E_{EW}(x)$ (синий цвет) и графики электрического сигнала, восстановленного по сейсмическому (красный цвет) для двух участков разбиения всей записи: от точки с номером 1 до точки с номером 50 и от точки с номером 50 до точки с номером 100 (направление E–W, запись #1).

Значения величин сдвига a и коэффициентов растяжения k в формуле (4) для всех четырех записей (направления E–W и N–S), разбитых на участки по 50 точек в каждом, а также величины соответствующих коэффициентов корреляции χ сведены в Табл. 2.

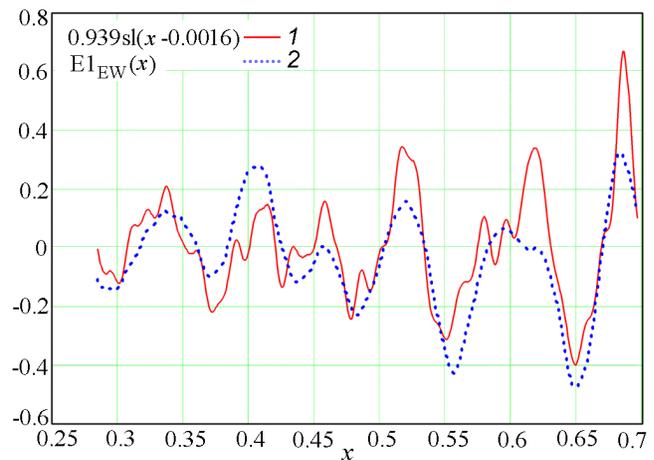


Рис. 6. Записанный электрический сигнал $E_{EW}(x)$ (2) и электрический сигнал, восстановленный по сейсмическому (1). Запись #1, направление EW, точки 50–100.

Литература

- Ахиезер, Н. И. (1965), *Лекции по Теории Аппроксимации*, ГИФМЛ, Москва.
- Левин, Б. Я. (1956), *Распределение Корней Целых Функций*, ГИТТЛ, Москва.
- Соболев, Г. А., А. В. Пономарев (2003), *Физика Землетрясений и Предвестники*, Наука, Москва.
- Яковлев, Я. И., В. П. Хургин (1971), *Финитные Функции в Физике и Технике*, ГИФМЛ, Москва.
- Gvishiani, A., J. Dubois (2002), *Artificial Intelligence and Dynamic Systems for Geophysical Applications*, Springer-Verlag, Paris.
- Kirillov, A. A., A. Gvishiani (1982), *Theorems and Problems in Functional Analysis*, New York-Heidelberg-Berlin: Springer-Verlag. Seria "Problem books in mathematics", Москва.
-
- П. Бернар, Институт физики Земли, Франция
Ш. Р. Богоутдинов и А. Д. Гвишиани, Геофизический центр РАН, ул. Молодежная 3, 119296 Москва, Россия (sh.bogoutdinov@gcras.ru)
Ж. Злотники, лаборатория вулканологии Университета Клермон-Феррана, Франция
М. Д. Коваленко, Институт физики Земли РАН, ул. Б. Грузинская 10, Москва 123995, Россия (m.kovalenko@gcras.ru)